

Varianta 70

SUBIECTUL I

- a) $P(1, -1)$.
- b) $\text{Rez}=3$.
- c) $i^4 + i^8 + i^{12} = 3$.
- d) $S_{ABC} = 1$.
- e) $\sin \frac{\pi}{6} - \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1 - \sqrt{2}}{2}$.
- f) $\sin x = \frac{1}{2}$.

SUBIECTUL II

1.

- a) $f(\sqrt{5}) \cdot f(-\sqrt{5}) = -1$.
- b) $x_1 = -1$ și $x_2 = -\frac{1}{2}$.
- c) elementul neutru este 3.
- d) $f(x) \geq 3 \Leftrightarrow (x-2)^2 \geq 0, (A) \forall x \in \mathbf{R}$
- e) $A^3 = O_2$.

2.

- a) $f'(x) = -8x + 1$.
- b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = -7$.
- c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2 + 4} = -4$.
- d) $\left(\frac{1}{8}, -\frac{79}{16}\right)$ sunt coordonatele punctului de extrem local.
- e) $\int_0^1 f(x) dx = -\frac{35}{6}$.

SUBIECTUL III

- a) $\det(B) = 3$.
- b) Ecuația devine: $2x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x_1 = 0$ și $x_2 = \frac{3}{2}$.
- c) $A^2 = 13A$

- d) Soluția sistemului este: $S = \{(-2, -6)\}$.
- e) $A \cdot B - BA = \begin{pmatrix} 22 & 2 \\ 24 & -22 \end{pmatrix}$.
- f) Pentru $n=1$ relația este adevărată. Presupunem relația adevărată pentru $n=k$, adică $A^k = 13^{k-1} A$ și o demonstrăm pentru $n=k+1$, adică $A^{k+1} = 13^k A$; $k \in \mathbf{N}^*$. Dar $A^{k+1} = A^k \cdot A = 13^{k-1} A \cdot A = 13^{k-1} A^2 = 13^{k-1} 13A = 13^k A$. De unde relația este adevărată.
- g) $A + A^2 + A^3 + \dots + A^{2006} - A^{2007} = (1 + 13 + \dots + 13^{2005} - 13^{2006}) \cdot A = \left(\frac{13^{2006} - 1}{12} - 13^{2006} \right) \cdot A$, matrice care are toate elementele negative.

SUBIECTUL IV

- a) Calculăm: $f(x) \cdot (x^4 + 1) = (1 - x^4 + x^8)(x^4 + 1) = x^{12} + 1, \forall x \in \mathbf{R}$.
- b) $f(x) = \frac{x^{12} + 1}{x^4 + 1} \geq \frac{1}{x^4 + 1}, \forall x \in \mathbf{R}$.
- c) $f'(x) = 4x^3(2x^4 - 1)$.
- d) Alcătuiind tabelul de variație al funcției $f \Rightarrow$ Punctele de extrem local sunt:
 $A\left(-\sqrt[4]{\frac{1}{2}}, \frac{3}{4}\right)$, $B(0, 1)$ și $C\left(\sqrt[4]{\frac{1}{2}}, \frac{3}{4}\right)$.
- e) $f(x) \geq \frac{3}{4} \Leftrightarrow 4 - 4x^4 + 4x^8 \geq 3 \Leftrightarrow (2x^4 - 1)^2 \geq 0$, adevărat $\forall x \in \mathbf{R}$.
- f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{xf(x)}{F(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^9 - x^5 + x}{\frac{x^9}{9} - \frac{x^5}{5} + x + C} = 9$.
- g) $\int_0^1 f(x) dx = \left(\frac{x^9}{9} - \frac{x^5}{5} + x \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{41}{45}$.